

# APLICACIÓN DEL MÉTODO DE MONTE CARLO EN LA CALIBRACIÓN DE MEDIDORES DE PRESIÓN ELECTRÓNICOS

Constantino P, Camacho J, y Acquarone A.  
Laboratorio Tecnológico del Uruguay  
Av. Italia 6201, Montevideo, Uruguay  
+598 2 6013724 - Ext.1298

**Resumen:** Este trabajo presenta un estudio de las contribuciones de incertidumbre e incertidumbre expandida que tienen lugar en la calibración de un medidor digital de presión por comparación directa con una balanza de presión. Se discute la ecuación propuesta por la guía DKD-R 6-1, según plataforma GUM y Monte Carlo. Se determinan las diferencias que existen en las incertidumbres resultantes obtenidas según estas dos metodologías y en qué forma los distintos componentes del modelo influyen en estas diferencias, de acuerdo a la magnitud de su incertidumbre estándar y la función distribución de probabilidad asociada que se le asigna.

## 1. INTRODUCCIÓN

La recomendación DKD-R 6-1[1] es ampliamente utilizada como referencia para la calibración de instrumentos de presión de diferentes tipos. En este documento se proponen procedimientos específicos presentando los modelos matemáticos correspondientes en cada caso y realizando el análisis de incertidumbre siguiendo el enfoque GUM.

En este trabajo se analizan los datos obtenidos en una calibración específica de un instrumento digital por comparación directa con una balanza de presión neumática, clase 0,003%. La estimación de incertidumbre se realiza de acuerdo al procedimiento detallado en la recomendación mencionada. A continuación se repite el análisis de incertidumbre en forma comparativa utilizando una herramienta de cálculo consistente con el suplemento 1 de la Guía de la Expresión de la Incertidumbre de Medida (JCGM 101:2008 [2]), realizando una simulación de Monte Carlo (MCM) sobre el modelo de análisis.

Si bien la confiabilidad de los patrones de tipo fundamental es mayor a la de los equipos digitales, existen consideraciones que se deben tener en cuenta al realizar calibraciones con los mismos, exigiendo en general una mayor competencia de los técnicos, así como un mayor conocimiento de las características de su equipo específico. Dentro de las particularidades que tienen las calibraciones de este tipo, es de destacar la diversidad de

magnitudes que influyen en el proceso de comparación. Esto es debido a que la calibración de medidores se realiza en forma de comparación indirecta, obteniéndose la presión generada por el patrón, de magnitudes tales como la masa aplicada en el pistón, densidad del aire circundante, el área efectiva del ensamble pistón-cilindro, temperatura del mismo, gravedad local, etc., y no de un valor único de presión leído en el instrumento, corregido según su curva de calibración e incertidumbre asociada.

En la medida que, tanto los patrones utilizados como los calibrandos, varían su precisión, muchas de estas magnitudes del modelo pueden llegar a alternar su significancia en la incertidumbre expandida resultante. Esto no solo se observa para diferentes calibraciones, sino incluso a lo largo de una misma calibración, una magnitud de entrada puede pasar de ser un contribuyente menor, a ser la controlante del proceso según la fracción del intervalo que se esté midiendo.

Cuando se aplica el método de Monte Carlo al modelo, las particularidades que presentan la distribución de probabilidad de estas magnitudes controlantes y su valor, impactan en forma diferente sobre la función distribución del mesurando, pudiendo afectar incluso la condición de linealidad del modelo sobre la cual está basada la ley de propagación de incertidumbres (JCGM 100:2008 5.1.2 [3]).

El propósito de este trabajo es evaluar en forma experimental estas influencias en una calibración específica y al mismo tiempo estudiar en forma general en qué medida las características inherentes a los procesos de cálculo pueden llegar a impactar en estos valores.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1. Materiales

El patrón utilizado es una Balanza de Presión Neumática marca DHI modelo PG-7102 con un ensamble Piston-Cilindro reentrante de relación de masa 200 kPa/kg modelo PC-7100/7600-200. Como calibrando se utiliza un manómetro digital marca FLUKE modelo 700G07.

El método utilizado está basado en DKD-R 6-1 y se realiza para 10 puntos de la escala de medida que cubren un intervalo de 0,34 a 3,40 MPa.

### 2.2. Modelo matemático

El modelo resultante en la calibración de un instrumento electrónico por comparación con una balanza de presión puede dividirse en tres etapas. En primer lugar el cálculo de parámetros variables del modelo, como la densidad del fluido (N<sub>2</sub>), dependiente de la presión medida, o la densidad del aire, dependiente de las condiciones ambientales durante el ensayo. En segundo lugar es calculada la presión generada por el patrón, y en la última etapa, estos valores son utilizados en la propia calibración del instrumento de muestra.

La presión generada en el caso de balanzas neumáticas puede expresarse según el siguiente modelo matemático, DKD-R 6-1 ec.31 y 32 [1]:

$$P = \frac{\sum M \cdot gl \cdot (1 - \frac{\rho_a}{\rho_m})}{A_{(0, tr)} \cdot [1 + \alpha(t_p - t_r) \cdot (1 + \lambda \cdot P_N) + [(\rho_f - \rho_a) \cdot gl \cdot \Delta h]}$$

Donde:

$\sum M$ : masa total en kg;

$gl$ : Gravedad local en m/s<sup>2</sup>.

$\rho_a$ : Densidad del aire en kg/m<sup>3</sup>.

$\rho_m$ : Densidad de las masas en kg/m<sup>3</sup>.

$\rho_f$ : Densidad del fluido (N<sub>2</sub>) en kg/m<sup>3</sup>.

$A_{(0, tr)}$ : Área efectiva del ensamble a presión cero y t de referencia (20°C) m<sup>2</sup>.

$\alpha$ : Coef. de expansión térmica en °C<sup>-1</sup>.

$t_p$ : Temperatura del pistón en °C.

$t_r$ : Temperatura de referencia en °C.

$\lambda$ : Coeficiente de deformación con P en Pa<sup>-1</sup>.

$P_N$ : Presión Nominal en Pa.

$\Delta h$ : Diferencia de nivel entre el patrón y el calibrando en m.

En esta ecuación debe hacerse notar que algunos parámetros de esta ecuación surgen de cálculos independientes, por ejemplo, la densidad del aire (pa) responderá a la ecuación propuesta en CIPM-2007[4]:

$$\rho = \frac{p \cdot M_a}{Z \cdot R \cdot T} \left[ 1 - x_v \cdot \left( 1 - \frac{M_v}{M_a} \right) \right]$$

Con:

$\rho$ : densidad del aire en kg/m<sup>3</sup>

$p$ : presión atmosférica en Pa

$M_a$ : Masa molar de aire seco = 28,96546 x 10<sup>-3</sup> kg/mol

$Z$ : factor de compresibilidad adimensional

$R$ : Constante molar de los gases.

$T$ : Temperatura en K.

$x_v$ : fracción molar de vapor de agua adimensional

$M_v$  = Masa molar de vapor de agua 0,01801528 kg/Mol.

En tanto, el valor de  $x_v$  se determina a partir de:

$$x_v = \frac{h}{100} (\alpha + \beta \cdot p + \gamma \cdot t^2) \cdot \frac{e^{(AT^2 + BT + C + \frac{D}{T})}}{P}$$

, y Z a partir de

$$Z = 1 - \frac{P}{T} [a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + (b_0 + b_1 t)x_v + (c_0 + c_1 t)x_v^2] + \frac{p^2}{T^2} (d + ex_v^2)$$

Con:

$t$ : temperatura ambiente °C;  $h$ : humedad relativa

%HR;  $p$ : Presión atmosférica Pa;  $\alpha=1,0062$ ;

$\beta=3,14 \times 10^{-8}$  Pa<sup>-1</sup>;  $\gamma=5,6 \times 10^{-7}$  K<sup>-2</sup>;  $A=1,2378847 \times 10^{-5}$

K<sup>-2</sup>;  $B=-1,9121316 \times 10^{-2}$  K<sup>-1</sup>;  $C=33,93711047$ ;  $D=-$

$6,3431645 \times 10^{-3}$  K;  $a_0=1,58123 \times 10^{-6}$  KPa<sup>-1</sup>;  $a_1=-$

$2,9331 \times 10^{-8}$  Pa<sup>-1</sup>;  $a_2=1,1043 \times 10^{-10}$  K<sup>-1</sup>Pa<sup>-1</sup>;

$b_0=5,707 \times 10^{-6}$  KPa<sup>-1</sup>;  $b_1=-2,051 \times 10^{-8}$  Pa<sup>-1</sup>;

$c_0=1,9898 \times 10^{-4}$  KPa<sup>-1</sup>;  $c_1=-2,376 \times 10^{-6}$ ;  $d=1,83 \times 10^{-11}$

K<sup>2</sup>Pa<sup>-2</sup>;  $e=-0,765 \times 10^{-8}$  K<sup>2</sup>Pa<sup>-2</sup>.

Puede verse que la densidad del aire dependerá de las condiciones de humedad y temperatura ambiente, además de la presión atmosférica. En este trabajo se calcula el intervalo de valores de  $h$ ,  $t$  y  $P$  durante la calibración. A partir de esta ecuación

se obtiene un valor único de  $\rho_a$ , al que se le asigna la incertidumbre calculada por el método analítico.

En el caso de la temperatura del ensamble pistón-cilindro, su valor será la media de toda la calibración con una incertidumbre indicada por su informe de calibración, a la que se adicionará una variable de variación de temperatura, de valor cero ( $\Delta t_p$ ) cuya incertidumbre será representada por medio de una FDP uniforme con intervalo en sus cotas máxima y mínima.

Otro parámetro variable que no puede obtenerse directamente es la densidad del fluido ( $N_2$ ), el cual variará significativamente en cada punto medido del intervalo de lectura dependiente de la presión ( $p$ ) y temperatura ( $T$ ) puntual y responderá a la expresión:

$$\rho_{f(T,P)} = \rho_{f(T_0,p_0)} \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}$$

Donde:

$\rho_{f(T,P)}$ : Densidad del Nitrógeno a temperatura  $T$  y presión  $p$ ;  $\rho_{f(T_0,p_0)}$ : 1,25046 kg.m<sup>-3</sup>;  $p_0$ : 1013,25 hPa, y  $T_0$ : 273,15 K

Para este parámetro, se asignará una incertidumbre del 5% de su valor, según una distribución uniforme.

También debe considerarse el set de masas utilizado. La densidad de las mismas es 8000 kg/m<sup>3</sup> ya que tanto las pesas como el pistón y la campana de soporte están calibrados en masa convencional. Finalmente, debe tenerse en cuenta la ecuación propia de la calibración del instrumento digital. Esta puede expresarse para la corrección media ascendente/descendente según la guía DKD-R 6-1 ec. 9 y 10 [2]:

$$\Delta p_i = pp_i - pl_i + (\delta_{p,desv.cero} + \delta_{p,repeticibilidad} + \delta_{p,histéresis})_i$$

Donde  $pp_i$  y  $pl_i$  corresponden al promedio de lecturas del patrón y el calibrando en el intervalo  $i$ .  $\delta_{p,desv.cero}$ ,  $\delta_{p,repeticibilidad}$  y  $\delta_{p,histéresis}$  corresponden a las contribuciones de incertidumbre para la desviación de cero, la repetibilidad y la histéresis respectivamente.

La ecuación resultante, entonces, para la corrección media en cada punto  $i$  del intervalo calibrado será:

$$\begin{aligned} \Delta p_i &= \frac{\sum M_i \cdot gl \cdot \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_m}\right)}{A_{(0,tr)} \cdot \left\{1 + \alpha \left[(t_p + \Delta t_p) - t_r\right] \cdot (1 + \lambda \cdot P_{Ni})\right\}} \\ &+ \left\{ \left[ \left(1,25046 \cdot \frac{(P_{Ni} + 1 \times 10^5)}{101325} \cdot \frac{273,15}{273,15 + t_p}\right) - \rho_a \right] \cdot gl \cdot \Delta h \right\} - pl_i \\ &+ (\delta_{p,desv.cero} + \delta_{p,repeticibilidad} + \delta_{p,histéresis})_i \end{aligned}$$

Para simplificar el cálculo de los coeficientes de sensibilidad en el método analítico el cálculo se realiza en forma secuencial según la ecuación:

$$\begin{aligned} \Delta p_i &= \frac{F_i}{A_i} + Cnr - pl_i \\ &+ (\delta_{p,desv.cero} + \delta_{p,repeticibilidad} + \delta_{p,histéresis})_i \end{aligned}$$

Donde:  $F$  representa a la fuerza aplicada,  $A$  el área efectiva del ensamble pistón-cilindro y  $Cnr$  la corrección por nivel de referencia.

$$\begin{aligned} F &= \sum M \cdot gl \cdot \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_m}\right) \\ A &= A_{(0,tr)} \cdot \left\{1 + \alpha \left[(t_p + \Delta t_p) - t_r\right] \cdot (1 + \lambda \cdot P_{Ni})\right\} \\ Cnr &= \left\{ \left[ \left(1,25046 \cdot \frac{P_{Ni}}{1013,25} \cdot \frac{273,15}{273,15 + (t_p + \Delta t_p)}\right) - \rho_a \right] \cdot gl \cdot \Delta h \right\} \end{aligned}$$

## 2.2. Software utilizado.

Las simulaciones para el método de Monte Carlo se realizan en lenguaje R.

## 3. RESULTADOS

### 3.1. Evaluación inicial

En el ensayo realizado, las componentes de desviación de cero y de repetibilidad, realizada como el desvío estándar de 10 medidas (DKD-R 6-1 8.2.4[1]), arrojaron un valor nulo. El cero repitió su valor en todas las lecturas por lo que también  $\delta_{p,desv.cero}$  tiene valor nulo. Por su parte, solamente los puntos correspondientes a 0,68 MPa, 1,36 MPa y 2,38 MPa presentaron histéresis no nulas, de valor 100 Pa (una división) en los tres casos. Estos

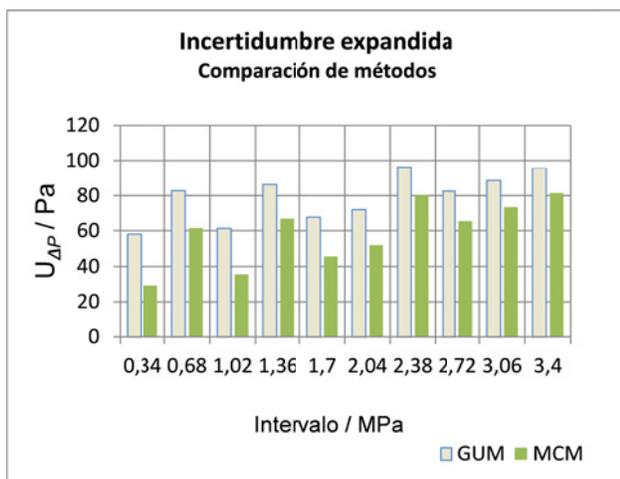
puntos se marcarán con fondo oscuro en las tablas para facilitar la visualización de las observaciones.

La siguiente tabla resume los resultados e incertidumbres obtenidos para cada intervalo, según los métodos de cálculo utilizados. Para poder realizar una evaluación comparativa entre los métodos de cálculo según el concepto de tolerancia numérica, se expresan las incertidumbres obtenidas con un número mayor de cifras significativas al indicado según GUM. Como criterio de comparación se utilizará el concepto de tolerancia numérica  $\delta$  de la incertidumbre (JCGM101:2008)[2].

Nominal / MPa	GUM		MCM	
	$\Delta P_i / Pa$	$U_{\Delta P_i} / Pa$	$\Delta P_i / Pa$	$U_{\Delta P_i} / Pa$
0,34	-2,2	58,2	-2,3	29,3
0,68	33,8	82,8	33,7	61,5
1,02	26,1	61,5	26,0	35,6
1,36	137,3	86,4	137,2	66,9
1,70	194,2	67,8	194,0	45,7
2,04	320,4	72,1	320,2	51,8
2,38	337,8	96,2	337,8	80,2
2,72	403,0	82,6	402,9	65,5
3,06	537,7	88,7	537,6	73,4
3,40	375,8	95,5	375,6	81,4

**Tabla 1. Resultados de calibración**

Calculando la tolerancia numérica de la incertidumbre expandida, expresada según JCGM 100:2008[3], se obtendrá un valor de 0,5 Pa en todos los casos. Esto prueba que los resultados obtenidos por GUM y MCM para el mesurando ( $C_i$ ) son compatibles.



**Fig. 1. Incertidumbre expandida de la corrección**

La figura 1 muestra, sin embargo, que existe un importante sesgo entre las incertidumbres expandidas obtenidas por medio de estos dos métodos estadísticos GUM y MCM, que no pueden ser explicadas por un cambio en el enfoque de cálculo, sino que deben hacerse consideraciones al modelo matemático propuesto en cada caso que permitan justificar esas diferencias.

**3.1. Estudio del modelo de entrada según GUM y MCM**

**3.1.1. Incertidumbre en P generada por el patrón**

La mayor diferencia encontrada entre los valores de  $U_{Ppat}$  calculados a partir de GUM y MCM es de 0,1 Pa, lo que no explica las diferencias de incertidumbre en el modelo.

**3.1.2. Repetibilidad, histéresis y desv. de cero**

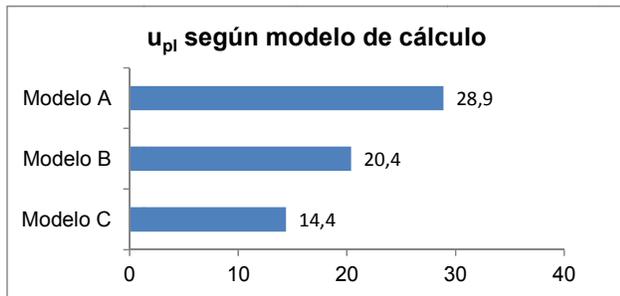
Como se dijo anteriormente, la repetibilidad y el desvío de cero arrojaron incertidumbre nula en el caso de estudio. Por otra parte la histéresis sólo influye en tres de los puntos, por lo que un sesgo general no puede ser explicado por los valores de incertidumbres de estos contribuyentes individuales.

**3.1.3. Cálculo de  $U_{pi}$  según DKD-R 6-1**

La guía propone utilizar el valor promedio de las lecturas con una FDP uniforme de intervalo igual al valor de la división del calibrando. Por ejemplo, en el caso de la ec. 1 de esta guía se indica que:

$$U_{up/down} = k \cdot \sqrt{u_{standard}^2 + u_{resolution}^2 + u_{zero-dev}^2 + u_{rep}^2}$$

Este modelo de cálculo no contempla que el valor de lectura del calibrando ( $p_i$ ) está compuesto por un promedio de distribuciones uniformes, lo que resulta en una distribución triangular de probabilidad, con intervalo igual a la resolución del calibrando. Como en el ensayo se realiza en base a dos corridas, también debe evaluarse si el valor de esta magnitud es obtenida como el promedio ascendente/descendente en una corrida o si se promedian además ambas corridas. En este último caso tampoco es correcto utilizar esta distribución triangular ya que el valor de P es obtenido de promediar nuevamente dos magnitudes con FDP triangular o las cuatro lecturas con distribución uniforme.



**Fig. 2.** Incertidumbre estándar de la lectura del instrumento según método de cálculo

La figura 2 compara la incertidumbre estándar en la lectura del calibrando (pl) aplicando la ley de propagación de incertidumbres a las tres opciones::  
 Modelo A: cálculo según DKD-R 6-1 ( $u_{pl} = u_{resolución}$ )  
 Modelo B:  $pl = (pl_{ascenso} + pl_{descenso})/2$   
 Modelo C:  $pl = (pl_1 + pl_2 + pl_3 + pl_4)/4$

El cálculo según MCM, libre de consideraciones deterministas, implica considerar todas las operaciones necesarias para arribar al resultado, impactando estas en el resultado de incertidumbre, tanto en su valor como en su distribución de probabilidad. En el modelo matemático propuesto para MCM, por tanto, se promediaron los valores de pl (según el modelo C)

**3.1.4. Ecuación corregida.**

Se estima la incertidumbre expandida para las correcciones aplicando los métodos GUM y MCM al modelo corregido según las consideraciones anteriores:

Ecuación corregida

$$\Delta P_i = pp_i - \left( \frac{(pl_1 - pl_2 - pl_3 - pl_4)}{4} \right)_i + (\delta_{p,desv.cero} + \delta_{p,repeticibilidad} + \delta_{p,histéresis})_i$$

Nominal / MPa	U <sub>ΔP</sub> / Pa		σ	k calculado
	GUM	MCM		
0,34	29.7	29,3	14,9	1,97
0,68	66.0	61,5	33,1	1,85
1,02	35.7	35,6	17,8	2,00
1,36	70.5	66,9	35,2	1,90
1,70	45.8	45,7	22,9	2,00
2,04	51.9	51,8	26,0	1,99

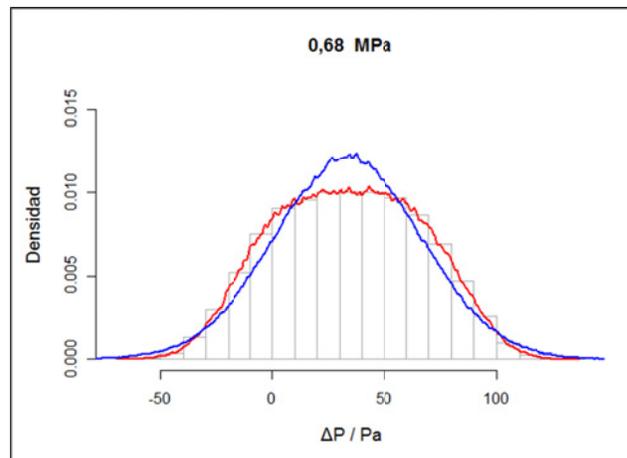
2,38	82.2	80,1	41,0	1,95
2,72	65.7	65,6	32,8	2,00
3,06	73.3	73,5	36,7	2,00
3,40	81.4	81,4	40,7	2,00

**Tabla 2.** Incertidumbre expandida del modelo matemático corregido.

**4. DISCUSIÓN**

Puede notarse primeramente a partir de esta tabla 2 que la mayoría de los puntos arrojan resultados idénticos entre GUM y MCM, excepto en tres de ellos, que son aquellos que presentan histéresis no nula.

El gráfico de figura 3 muestra el histograma de frecuencias obtenido de la simulación de Monte Carlo (rojo), superpuesto al resultado según GUM (azul) para el punto de 0,68 MPa, uno de los que presenta histéresis no nula.

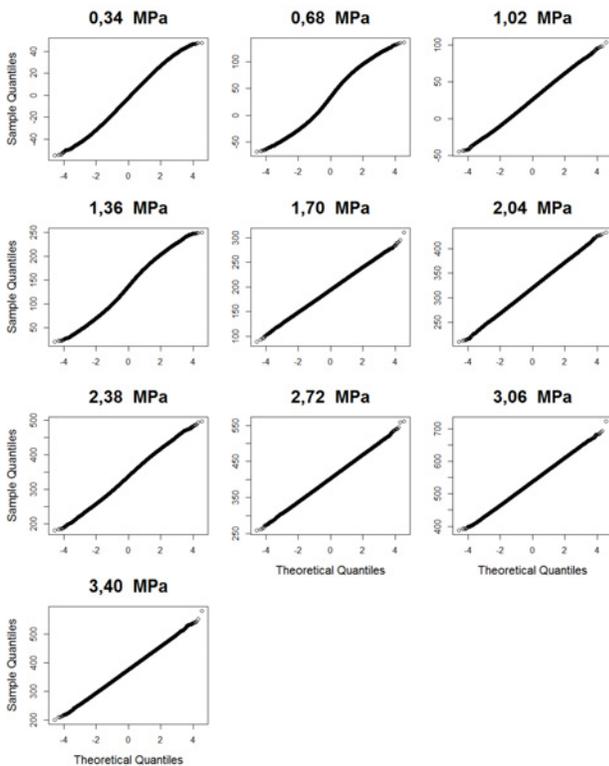


**Fig. 3.** Gráfico comparativo de densidad de la población resultante por MCM y la distribución obtenida según GUM

En este caso puede verse que la distribución normal supuesta según el método GUM no es una buena representación de los resultados obtenidos por medio de la simulación de Monte Carlo.

De forma general, entonces, en la medida que alguna magnitud con distribución uniforme comienza a controlar el proceso, el mesurando pierde la condición de linealidad. En estos casos la plataforma GUM se aleja de los resultados de MCM dejando de ser, por tanto, un buen estimador de incertidumbre para el modelo.

La figura 4 muestra gráficos Cuantil-Cuantil (qq-plot) realizados en R para todos los puntos del intervalo calibrado. Estos gráficos permiten comparar los datos de una población con una distribución normal. Una mayor semejanza con una recta (bisectriz de los ejes) representa una mayor similitud de los datos estudiados a los de una distribución normal. Puede verse, entonces, que excepto por el primer punto, los únicos casos con desvíos significativos de la linealidad, son los puntos con histéresis no nula (Puntos 0,68 MPa, 1,36 MPa y 2,38 MPa). En estos casos adopta en diferente proporción una forma “S” característica de la distribución uniforme.



**Fig. 4.** Gráficos Q-Q para los puntos del intervalo, respecto a una distribución normal.

Se observa además que en todos los casos de desvío GUM-MCM, la incertidumbre según GUM está sobreestimada. Esto es debido a que para un nivel de confianza del 95,45% el factor de cobertura que se obtiene de GUM para un resultado con FDP Normal es de 2, en tanto si la función distribución fuera perfectamente uniforme, el factor de cobertura para un nivel de confianza de 95,45 es cercano a 1,7 (JCGM 100 p. 70[3]).

La cuarta y quinta columna de la tabla 2 muestran el desvío estándar ( $\sigma$ ) del vector resultante por MCM y

su  $k$  calculado como  $U_{\Delta P}/\sigma$  a partir de esta colección de resultados. Se observa que en los puntos con histéresis no nula, el  $k$  calculado es de menor valor que el supuesto para una distribución normal, mientras que el resto toman valor 2 correspondiente a una distribución normal, como supone la plataforma GUM. En el caso del primer punto, si bien no existe histéresis, los desvíos a la linealidad pueden deberse a que las contribuciones normales debidas a la calibración del patrón y masas, son muy bajas, permitiendo que alguna otra magnitud del modelo con FDP uniforme sea el contribuyente mayoritario.

## 5. CONCLUSIONES

**5.1. Modelo DKD-R 6-1.** El modelo de estimación de incertidumbre propuesto por esta guía no resultó validado por los valores obtenidos por MCM. Este cálculo arroja valores de  $U$  sobreestimados ya que no tienen en cuenta la obtención del valor de lectura del calibrando a partir de un promedio de lecturas independientes.

**5.2 GUM vs MCM.** Se observa que el método GUM aplicado al modelo corregido puede considerarse válido en tanto una magnitud de entrada con FDP uniforme no sea la magnitud controlante del proceso. En este último caso, el factor de cobertura  $k$  tomará valores menores a 2 para un nivel de confianza de 95,45%, por lo que el método GUM en estos puntos no es adecuado. Debe tenerse en cuenta que en la calibración de instrumentos de baja precisión, estas magnitudes uniformes pueden ser controlantes en todo el intervalo de lectura, por lo que el método GUM podría no ser adecuado según JCGM 101:2008 p. 34, en ningún punto a lo largo del intervalo de lectura.

## REFERENCIAS

- [1] Guideline DKD-R 6-1. Calibración of pressure gauge. Braunschweig: DKD. [http://www.dkd.eu/dokumente/Richtlinien/dkd\\_r\\_6\\_1\\_e.pdf](http://www.dkd.eu/dokumente/Richtlinien/dkd_r_6_1_e.pdf).  
Fecha de Consulta: 10 de Abril de 2014
- [2] JCGM 101. Evaluación of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method. [http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM\\_101\\_2008\\_E.pdf](http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_101_2008_E.pdf)  
Fecha de Consulta: 2 de Mayo de 2013

- [3] JCGM 100. Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement. [En línea] FirstEdition. [http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM\\_100\\_2008\\_E.pdf](http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf)  
Fecha de Consulta: 2 de Mayo de 2013
- [4] A Picard, R S, Davis, M, Glaser, K Fujii. Revised formula for the density of moist air (CIPM 2007). Metrologia 45 pp. 149–155 (2008)